

# ЭНЕРГЕТИКА МЕТАЛЛУРГИИ, ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЕ И ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЕ КОМПЛЕКСЫ

УДК 621.311.004.12

<https://doi.org/10.18503/1995-2732-2019-17-1-94-103>

## СВЯЗЬ КОЭФФИЦИЕНТОВ ШЕСТИПОЛЮСНИКА С ДВУМЯ ВХОДНЫМИ И ЧЕТЫРЬЯМЯ ВЫХОДНЫМИ ВЫВОДАМИ

Большанин Г.А.<sup>1</sup>, Скулина Е.Г.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Братский государственный университет, Братск, Россия

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, Россия

**Аннотация.** Постановка задачи (актуальность работы): в статье представлен один из возможных вариантов количественной связи коэффициентов уравнений В-формы с уравнениями иных форм, оценивающих состояние пассивного шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами. Таким шестиполюсником могут быть замещены устройства, элементы и части электрических цепей или электроэнергетических систем. Коэффициенты уравнений В-формы, так же как и коэффициенты уравнений А-формы, могут быть определены экспериментально. В принципе, экспериментально могут быть определены и коэффициенты уравнений иных форм. Но это, как правило, связано с существенными трудностями организационного и технического характера. Целесообразнее определить эти коэффициенты и установленной их количественной связи с предварительно выясненными коэффициентами В-формы. **Цели работы:** формирование количественной связи коэффициентов уравнений В-формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами, с коэффициентами уравнений G-формы, H-формы, Y-формы и Z-формы, описывающими состояние этого же шестиполюсника. **Используемые методы:** применялись методы математического моделирования с использованием элементов теории многополюсников. **Новизна:** элементами новизны обладает предлагаемая методика формирования количественной связи коэффициентов уравнений А-формы с уравнениями иных форм, оценивающих состояние пассивного шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами. **Результат:** в статье рассмотрен один из возможных вариантов количественной связи коэффициентов уравнений В-формы с коэффициентами уравнений G-формы, H-формы, Y-формы и Z-формы, оценивающих состояние пассивного шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами. Представлены математические формулировки, с помощью которых такая связь может быть реализована. **Практическая значимость:** предлагаемая количественная связь между коэффициентами уравнений различных форм позволит при наличии сведений о численных значениях коэффициентов уравнений В-формы формировать уравнения других форм и установить зависимости различных типов между входными и выходными характеристиками электрической энергии у объекта электроэнергетики, который может быть замещен шестиполюсником с двумя входными и четырьмя выходными выводами. Подобная методика может быть использована для формирования количественной связи коэффициентов уравнений G-формы, H-формы, Y-формы или Z-формы с коэффициентами уравнений иных форм, описывающих состояние пассивных шестиполюсников различных модификаций.

**Ключевые слова:** уравнения, коэффициенты, напряжения, токи, А-форма, В-форма, G-форма, H-форма, Y-форма, Z-форма.

### Введение

Идея замещения электротехнических объектов многополюсниками возникла давно [1, 2]. Но до недавнего времени основное внимание уделялось теории четырехполюсников. Теория многополюсников рассматривалась, в основном, применительно к устройствам связи [3–8]. Позже возможность применения теории многополюсников стали рассматривать при синтезе и анализе электрических цепей [9, 10], в силовой энергетике [11–15], в электронике [16], в системах автоматического управ-

ления промышленными технологиями [17–19] и даже в механике [20, 21]. Анализ состояния многополюсников посвящено множество научно-исследовательских разработок [22–25].

Шестиполюсником следует называть часть электрической цепи, электротехнического устройства или электроэнергетической системы с шестью выводами. Эти выводы могут служить либо для входа (входные), либо для выхода (выходные) электрических сигналов. Причем количество входных и выходных выводов может быть не менее двух и не более четырех. В данном случае интерес вызывает шестиполюсник с двумя входными и четырьмя выходными выводами (**рис. 1**).

© Большанин Г.А., Скулина Е.Г., 2019

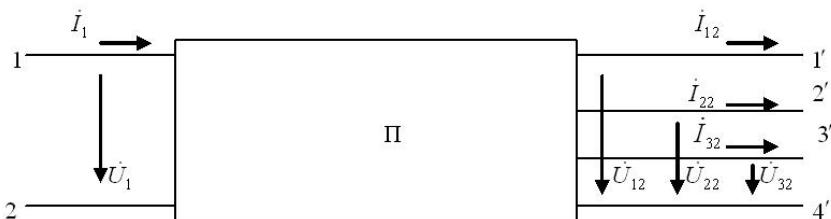


Рис. 1. Пассивный шестиполюсник с двумя входными и четырьмя выходными выводами

Состояние энергетического объекта, замещаемого таким шестиполюсником, может быть описано уравнениями различных форм. Состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами в силовой электроэнергетике принято описывать уравнениями А-формы. Но это мнение может оказаться субъективным. В ряде отраслей электротехники и электроэнергетики может оказаться целесообразным использования уравнений иных форм: уравнения В-формы, Я-формы, Н-формы, Г-формы Z-формы. В уравнениях каждой формы используются свои специфические коэффициенты. Их численные значения можно определить экспериментально по методике, аналогичной изложенной в [26]. Получается, что при использовании для анализа состояния одного и того же шестиполюсника уравнений различных форм необходимо неоднократно выполнить серию экспериментов с последующей аналитической обработкой полученных таким образом данных. Это достаточно громоздкая процедура. Гораздо проще было бы установить количественную связь коэффициентов одной формы с коэффициентами уравнений иных форм. Этому и посвящена предлагаемая статья.

### Методы исследования

В качестве основных уравнений, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами, рекомендованы уравнения А-формы, устанавливающие количественную связь между входными и выходными характеристиками электрической энергии [26]:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A\dot{U}_{12} + B\dot{I}_{12} + E\dot{U}_{22} + F\dot{I}_{22} + K\dot{U}_{32} + L\dot{I}_{32}, \\ \dot{I}_1 &= C\dot{U}_{12} + D\dot{I}_{12} + G\dot{U}_{22} + H\dot{I}_{22} + M\dot{U}_{32} + N\dot{I}_{32}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $A, B, C, D, E, F, G, H, K, L, M$  и  $N$  – коэффициенты уравнений А-формы шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами.

Численные значения коэффициентов, входящих в состав этих уравнений, определяются экспериментально по методике, изложенной в [26].

Тем не менее существует реальная возможность описания состояния анализируемого шестиполюсника уравнениями любых форм: В-формы, Г-формы, Н-формы, Я-формы и Z-формы. Но, чтобы воспользоваться ими, необходимо уметь определять численные значения соответствующих коэффициентов. В таком случае самым оптимальным решением поставленной задачи является попытка выявления количественной связи этих коэффициентов с коэффициентами уравнений А-формы, численные значения которых могут быть определены экспериментально.

Связь между уравнениями различных форм предполагает количественную связь между соответствующими коэффициентами.

Связь между уравнениями различных форм, описывающими состояние анализируемого шестиполюсника, и уравнениями А-формы устанавливается следующим образом: уравнения А-формы преобразуются так, чтобы они приобрели структуру уравнений той или иной формы, что создает возможность формирования равенств для вычисления искомых коэффициентов через коэффициенты уравнений А-формы. Именно так была установлена связь между уравнениями различных форм, описывающими состояние шестиполюсника с тремя входными и тремя выходными выводами.

Но уравнения (1), в принципе, не могут приобрести структуру уравнений (2): невозможно из двух

уравнений определить шесть неизвестных. Формирование четырех дополнительных уравнений здесь неперспективно.

Уравнения В-формы устанавливают количественную связь выходных и входных напряжений и токов:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{U}_{12} = B_{11}\dot{U}_1 + B_{12}\dot{I}_1; \\ \dot{U}_{22} = B_{21}\dot{U}_1 + B_{22}\dot{I}_1; \\ \dot{U}_{32} = B_{31}\dot{U}_1 + B_{32}\dot{I}_1; \\ \dot{I}_{12} = B_{41}\dot{U}_1 + B_{42}\dot{I}_1; \\ \dot{I}_{22} = B_{51}\dot{U}_1 + B_{52}\dot{I}_1; \\ \dot{I}_{32} = B_{61}\dot{U}_1 + B_{62}\dot{I}_1, \end{array} \right\} \quad (2)$$

где  $B_{11}$ ,  $B_{12}$ ,  $B_{21}$ ,  $B_{22}$ ,  $B_{31}$ ,  $B_{32}$ ,  $B_{41}$ ,  $B_{42}$ ,  $B_{51}$ ,  $B_{52}$ ,  $B_{61}$ ,  $B_{62}$  – коэффициенты уравнений В-формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами.

Получается, что определение численных значений коэффициентов уравнений В-формы через коэффициенты уравнений А-формы практически невозможно.

Численные значения коэффициентов уравнений В-формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами, можно лишь экспериментально. Методика экспериментального определения численных значений коэффициентов уравнений В-формы похожа на методику экспериментального определения численных значений коэффициентов А-формы, изложенную в [26]. Серия опытов, выполняемых в процессе исполнения экспериментов по определению коэффициентов уравнений В-формы, может полностью совпадать с опытами по определения коэффициентов уравнений А-формы, но для аналитической обработки экспериментальных данных за основу вместо уравнений (1) следует взять уравнения (2).

Уравнения Г-формы устанавливают количественную связь между входным током, выходными напряжениями и входным напряжением, выходными токами:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{I}_1 = G_{11}\dot{U}_1 + G_{12}\dot{I}_{12} + G_{13}\dot{I}_{22} + G_{14}\dot{I}_{32}; \\ \dot{U}_{12} = G_{21}\dot{U}_1 + G_{22}\dot{I}_{12} + G_{23}\dot{I}_{22} + G_{24}\dot{I}_{32}; \\ \dot{U}_{22} = G_{31}\dot{U}_1 + G_{32}\dot{I}_{12} + G_{33}\dot{I}_{22} + G_{34}\dot{I}_{32}; \\ \dot{U}_{32} = G_{41}\dot{U}_1 + G_{42}\dot{I}_{12} + G_{43}\dot{I}_{22} + G_{44}\dot{I}_{32}, \end{array} \right\} \quad (3)$$

где  $G_{11}$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{13}$ ,  $G_{14}$ ,  $G_{21}$ ,  $G_{22}$ ,  $G_{23}$ ,  $G_{24}$ ,  $G_{31}$ ,  $G_{32}$ ,  $G_{33}$ ,  $G_{34}$ ,  $G_{41}$ ,  $G_{42}$ ,  $G_{43}$ ,  $G_{44}$  – коэффициенты уравнений Г-формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами.

Задача формирования равенств для вычисления коэффициентов этих уравнений через коэффициенты уравнений А-формы оказывается тоже невыполнимой, так как два уравнения (1), в принципе, не могут без дополнительных условий приобрести структуру уравнений (3).

А вот формирование равенств, позволяющих вычисление коэффициентов уравнений Г-формы анализируемого шестиполюсника через коэффициенты уравнений В-формы этого же шестиполюсника, вполне возможно. При условии, что численные значения коэффициенты уравнений В-формы заранее определены экспериментально.

После ряда преобразований уравнения (2) могут приобрести структуру уравнений (3):

$$\dot{I}_1 = -\frac{B_{61}}{B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61}}\dot{I}_{12} + \frac{B_{51}}{B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61}}\dot{I}_{32};$$

$$\dot{U}_{12} = \frac{B_{11}B_{32}B_{42}(B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61}) + B_{12}(B_{31}B_{42}B_{52}B_{61} - B_{32}B_{41}B_{51}B_{62})}{B_{32}B_{42}(B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61})} \dot{U}_1 + \frac{B_{12}}{B_{42}} \dot{I}_{12};$$

$$\dot{U}_{22} = \frac{B_{21}B_{42} - B_{22}B_{41}}{B_{42}} \dot{U}_1 + \frac{B_{22}}{B_{42}} \dot{I}_{12}; \quad \dot{U}_{32} = \frac{B_{32}B_{41} - B_{31}B_{42}}{B_{42}} \dot{U}_1 + \frac{B_{32}}{B_{42}} \dot{I}_{12}.$$

Сопоставление этих уравнений с уравнениями (3) позволит сформировать равенства для вычисления коэффициентов уравнений G-формы анализируемого шестиполюсника:

$$G_{11} = G_{13} = G_{23} = G_{24} = G_{33} = G_{34} = G_{43} = G_{44} = 0;$$

$$G_{12} = -\frac{B_{61}}{B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61}}; \quad G_{14} = \frac{B_{51}}{B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61}};$$

$$G_{21} = \frac{B_{11}B_{32}B_{42}(B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61}) + B_{12}(B_{31}B_{42}B_{52}B_{61} - B_{32}B_{41}B_{51}B_{62})}{B_{32}B_{42}(B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61})},$$

$$G_{22} = \frac{B_{12}}{B_{42}}; \quad G_{31} = \frac{B_{21}B_{42} - B_{22}B_{41}}{B_{42}}; \quad G_{32} = \frac{B_{22}}{B_{42}};$$

$$G_{41} = \frac{B_{32}B_{41} - B_{31}B_{42}}{B_{42}}; \quad G_{42} = \frac{B_{32}}{B_{42}}.$$

Так определяются численные значения коэффициентов уравнений G-формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами, через коэффициенты В-формы того же шестиполюсника.

Количественная связь входного напряжения и выходных токов с входным током и выходными напряжениями устанавливается уравнениями Н-формы анализируемого шестиполюсника:

$$\left. \begin{array}{l} \dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_{12} + H_{13}\dot{U}_{22} + H_{14}\dot{U}_{32}; \\ \dot{I}_{12} = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_{12} + H_{23}\dot{U}_{22} + H_{24}\dot{U}_{32}; \\ \dot{I}_{22} = H_{31}\dot{I}_1 + H_{32}\dot{U}_{12} + H_{33}\dot{U}_{22} + H_{34}\dot{U}_{32}; \\ \dot{I}_{23} = H_{41}\dot{I}_1 + H_{42}\dot{U}_{12} + H_{43}\dot{U}_{22} + H_{44}\dot{U}_{32}, \end{array} \right\} \quad (4)$$

где  $H_{11}$ ,  $H_{12}$ ,  $H_{13}$ ,  $H_{14}$ ,  $H_{21}$ ,  $H_{22}$ ,  $H_{23}$ ,  $H_{24}$ ,  $H_{31}$ ,  $H_{32}$ ,  $H_{33}$ ,  $H_{34}$ ,  $H_{41}$ ,  $H_{42}$ ,  $H_{43}$  и  $H_{44}$  – коэффициенты уравнений Н-формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами.

Для практического использования этих уравнений необходимо иметь сведения о численных значениях коэффициентов, входящих в состав этих уравнений.

Известна методика экспериментального определения численных значений уравнений А-формы анализируемого шестиполюсника [26]. Но уравнения А-формы не могут без дополнительных условий принять структуру уравнений Н-формы. Поэтому численные значения коэффициентов уравнений (4) не могут быть определены через коэффициенты уравнений А-формы.

Численные значения коэффициентов уравнений Н-формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами, можно определить через коэффициенты уравнений В-формы этого же шестиполюсника. Методика экспериментального определения численных значений коэффициентов уравнений В-формы во многом похожа на методику экспериментального определения численных значений коэффициентов уравнений А-формы.

В результате ряда преобразований уравнения В-формы (2) могут принять структуру уравнений Н-формы (4):

$$\left. \begin{aligned}
 \dot{U}_1 &= \frac{B_{62}}{B_{12}B_{61} - B_{11}B_{62} + B_{21}B_{62} - B_{22}B_{61}} \dot{U}_{22}; \\
 \dot{I}_{12} &= \frac{(B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21})(B_{31}B_{42} - B_{32}B_{41})B_{62}}{B_{22}B_{31}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})} \dot{I}_1 + \frac{B_{41}B_{61}(B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21})}{B_{22}B_{31}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})} \dot{U}_{32}; \\
 \dot{I}_{22} &= \frac{(B_{11}B_{22}B_{62} - 2B_{12}B_{22}B_{61} + B_{12}B_{21}B_{62})(B_{31}B_{52} - B_{32}B_{51})}{B_{22}B_{31}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})} \dot{I}_1 + \\
 &+ \frac{B_{51}(B_{11}B_{22}B_{62} - 2B_{12}B_{22}B_{61} + B_{12}B_{21}B_{62})}{B_{22}B_{31}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})} \dot{U}_{32}; \\
 \dot{I}_{32} &= \frac{B_{21}B_{62}(B_{22}B_{61} - B_{21}B_{62})}{B_{22}B_{31}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})} \dot{U}_{12} + \frac{B_{62}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61})}{B_{22}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})} \dot{U}_{22}.
 \end{aligned} \right\}$$

Сопоставление этих уравнений с уравнениями (4) позволит сформировать равенства для вычисления коэффициентов уравнений Н-формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами:

$$H_{11} = H_{12} = H_{14} = H_{22} = H_{23} = H_{32} = H_{33} = H_{41} = H_{44} = 0,$$

$$H_{13} = \frac{B_{62}}{B_{12}B_{61} - B_{11}B_{62} + B_{21}B_{62} - B_{22}B_{61}};$$

$$H_{21} = \frac{(B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21})(B_{31}B_{42} - B_{32}B_{41})B_{62}}{B_{22}B_{31}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})},$$

$$H_{24} = \frac{B_{41}B_{61}(B_{11}B_{22} - B_{12}B_{21})}{B_{22}B_{31}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})},$$

$$H_{31} = \frac{(B_{11}B_{22}B_{62} - 2B_{12}B_{22}B_{61} + B_{12}B_{21}B_{62})(B_{31}B_{52} - B_{32}B_{51})}{B_{22}B_{31}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})},$$

$$H_{34} = \frac{B_{51}(B_{11}B_{22}B_{62} - 2B_{12}B_{22}B_{61} + B_{12}B_{21}B_{62})}{B_{22}B_{31}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})},$$

$$H_{42} = \frac{B_{21}B_{62}(B_{22}B_{61} - B_{21}B_{62})}{B_{22}B_{31}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})},$$

$$H_{43} = \frac{B_{62}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61})}{B_{22}(B_{11}B_{62} - B_{12}B_{61} - B_{21}B_{62} + B_{22}B_{61})}.$$

Так определяются численные значения коэффициентов уравнений Н-формы анализируемого шестиполюсника через коэффициенты уравнений В-формы этого же шестиполюсника.

Количественная связь входных и выходных токов с входными и выходными напряжениями шестиполюсника с двумя входными и выходными выводами устанавливается уравнениями Y-формы:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_{12} + Y_{13}\dot{U}_{22} + Y_{14}\dot{U}_{32}; \\ \dot{I}_{12} &= Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_{12} + Y_{23}\dot{U}_{22} + Y_{24}\dot{U}_{32}; \\ \dot{I}_{22} &= Y_{31}\dot{U}_1 + Y_{32}\dot{U}_{12} + Y_{33}\dot{U}_{22} + Y_{34}\dot{U}_{32}; \\ \dot{I}_{32} &= Y_{41}\dot{U}_1 + Y_{42}\dot{U}_{12} + Y_{43}\dot{U}_{22} + Y_{44}\dot{U}_{32}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $Y_{11}$ ,  $Y_{12}$ ,  $Y_{13}$ ,  $Y_{14}$ ,  $Y_{21}$ ,  $Y_{22}$ ,  $Y_{23}$ ,  $Y_{24}$ ,  $Y_{31}$ ,  $Y_{32}$ ,  $Y_{33}$ ,  $Y_{34}$ ,  $Y_{41}$ ,  $Y_{42}$ ,  $Y_{43}$  и  $Y_{44}$  – коэффициенты уравнений Y-формы, описывающих состояние шестиполосника с двумя входными и четырьмя выходными выводами.

Численные значения коэффициентов этих уравнений неизвестны, что ограничивает возможность их практического использования. Здесь описаны методика экспериментального определения коэффициентов уравнений лишь A-формы и B-формы анализируемого шестиполосника.

Связь коэффициентов уравнений A-формы (1) с коэффициентами уравнений Y-формы (5) устанавливается весьма сложно, поскольку уравнения A-формы не могут без дополнительных условий принять структуру уравнений Y-формы.

А вот связь коэффициентов уравнений B-формы с коэффициентами уравнений Y-формы вполне возможна. Для ее установления уравнения (2) следует преобразовать так, чтобы они приняли структуру уравнений (5):

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{B_{31}}{B_{22}B_{31} - B_{21}B_{32}}\dot{U}_{22} + \frac{B_{21}}{B_{21}B_{32} - B_{22}B_{31}}\dot{U}_{32}; \\ \dot{I}_{12} &= \frac{B_{32}B_{41} - B_{31}B_{42}}{B_{21}B_{32} - B_{22}B_{31}}\dot{U}_{22} + \frac{B_{21}B_{42} - B_{22}B_{41}}{B_{21}B_{32} - B_{22}B_{31}}\dot{U}_{32}; \\ \dot{I}_{22} &= \frac{B_{31}B_{52} - B_{32}B_{51}}{B_{21}B_{32} - B_{22}B_{31}}\dot{U}_{22} + \frac{B_{22}B_{51} - B_{21}B_{52}}{B_{21}B_{32} - B_{22}B_{31}}\dot{U}_{32}; \\ \dot{I}_{32} &= \frac{B_{12}B_{61} - B_{11}B_{62}}{B_{12}}\dot{U}_1 + \frac{B_{62}}{B_{12}}\dot{U}_{12}. \end{aligned}$$

Сопоставление этих уравнений с уравнениями (5) дает возможность формирования равенств для вычисления коэффициентов уравнений Y-формы анализируемого шестиполосника через коэффициенты уравнений B-формы этого же шестиполосника:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= Y_{12} = Y_{21} = Y_{22} = Y_{31} = Y_{32} = Y_{43} = Y_{44} = 0; \\ Y_{13} &= \frac{B_{31}}{B_{22}B_{31} - B_{21}B_{32}}; \quad Y_{14} = \frac{B_{21}}{B_{21}B_{32} - B_{22}B_{31}}; \quad Y_{23} = \frac{B_{32}B_{41} - B_{31}B_{42}}{B_{21}B_{32} - B_{22}B_{31}}; \\ Y_{24} &= \frac{B_{21}B_{42} - B_{22}B_{41}}{B_{21}B_{32} - B_{22}B_{31}}; \quad Y_{33} = \frac{B_{31}B_{52} - B_{32}B_{51}}{B_{21}B_{32} - B_{22}B_{31}}; \quad Y_{34} = \frac{B_{22}B_{51} - B_{21}B_{52}}{B_{21}B_{32} - B_{22}B_{31}}; \\ Y_{41} &= \frac{B_{12}B_{61} - B_{11}B_{62}}{B_{12}}; \quad Y_{42} = \frac{B_{62}}{B_{12}}. \end{aligned}$$

Количественную связь входных и выходных напряжений с входными и выходными токами шестиполосника с двумя входными и четырьмя выходными выводами устанавливают уравнения Z-формы:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_{12} + Z_{13}\dot{I}_{22} + Z_{14}\dot{I}_{32}; \\ \dot{U}_{12} &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_{12} + Z_{23}\dot{I}_{22} + Z_{24}\dot{I}_{32}; \\ \dot{U}_{22} &= Z_{31}\dot{I}_1 + Z_{32}\dot{I}_{12} + Z_{33}\dot{I}_{22} + Z_{34}\dot{I}_{32}; \\ \dot{U}_{32} &= Z_{41}\dot{I}_1 + Z_{42}\dot{I}_{12} + Z_{43}\dot{I}_{22} + Z_{44}\dot{I}_{32}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{13}$ ,  $Z_{14}$ ,  $Z_{21}$ ,  $Z_{22}$ ,  $Z_{23}$ ,  $Z_{24}$ ,  $Z_{31}$ ,  $Z_{32}$ ,  $Z_{33}$ ,  $Z_{34}$ ,  $Z_{41}$ ,  $Z_{42}$ ,  $Z_{43}$  и  $Z_{44}$  – коэффициенты уравнений  $Z$ -формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами.

Практическое использование этих уравнений возможно лишь при известных численных значениях коэффициентов  $Z_{11}$ ,  $Z_{12}$ ,  $Z_{13}$ ,  $Z_{14}$ ,  $Z_{21}$ ,  $Z_{22}$ ,  $Z_{23}$ ,  $Z_{24}$ ,  $Z_{31}$ ,  $Z_{32}$ ,  $Z_{33}$ ,  $Z_{34}$ ,  $Z_{41}$ ,  $Z_{42}$ ,  $Z_{43}$  и  $Z_{44}$ . Их можно определить через коэффициенты уравнений А-формы или В-формы, методика экспериментального определения которых оговорена ранее.

Использование коэффициентов уравнений А-формы анализируемого шестиполюсника для определения численных значений коэффициентов уравнений  $Z$ -формы того же шестиполюсника весьма проблематично: невозможно без дополнительных условий из двух уравнений (1) получить четыре уравнения типа (6).

Зато использование коэффициентов уравнений В-формы для определения численных значений коэффициентов уравнений  $Z$ -формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами, вполне допустимо. Для этого нужно уравнения (2) преобразовать так, чтобы они приняли структуру уравнений (6):

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{B_{62}}{B_{52}B_{61} - B_{51}B_{62}}\dot{I}_{22} + \frac{B_{52}}{B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61}}\dot{I}_{32}; \\ \dot{U}_{12} &= \frac{B_{12}}{B_{42}}\dot{I}_{12} + \frac{B_{62}(B_{12}B_{41} - B_{11}B_{42})}{B_{42}(B_{52}B_{61} - B_{51}B_{62})}\dot{I}_{22} + \frac{B_{52}(B_{11}B_{42} - B_{12}B_{41})}{B_{42}(B_{52}B_{61} - B_{51}B_{62})}\dot{I}_{32}; \\ \dot{U}_{22} &= -B_{22}\dot{I}_1 + \frac{B_{21}B_{52}B_{62}}{B_{42}(B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61})}\dot{I}_{22} + \frac{B_{21}B_{52}}{B_{52}B_{61} - B_{51}B_{62}}\dot{I}_{32}; \\ \dot{U}_{32} &= B_{32}\dot{I}_1 + \frac{B_{31}B_{62}}{B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61}}\dot{I}_{22} + \frac{B_{31}B_{52}}{B_{52}B_{61} - B_{51}B_{62}}\dot{I}_{32}. \end{aligned} \right\}$$

Сопоставление этих уравнений с уравнениями (6) обеспечивает возможность формирования равенств для вычисления коэффициентов уравнений  $Z$ -формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами через коэффициенты уравнений В-формы:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= Z_{12} = Z_{21} = Z_{32} = Z_{42} = 0; \\ Z_{13} &= \frac{B_{62}}{B_{52}B_{61} - B_{51}B_{62}}; \quad Z_{14} = \frac{B_{52}}{B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61}}; \quad Z_{22} = \frac{B_{12}}{B_{42}}; \\ Z_{23} &= \frac{B_{62}(B_{12}B_{41} - B_{11}B_{42})}{B_{42}(B_{52}B_{61} - B_{51}B_{62})}; \quad Z_{24} = \frac{B_{52}(B_{11}B_{42} - B_{12}B_{41})}{B_{42}(B_{52}B_{61} - B_{51}B_{62})}; \quad Z_{31} = -B_{22}; \\ Z_{33} &= \frac{B_{21}B_{52}B_{62}}{B_{42}(B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61})}; \quad Z_{34} = \frac{B_{21}B_{52}}{B_{52}B_{61} - B_{51}B_{62}}; \quad Z_{41} = B_{32}; \\ Z_{43} &= \frac{B_{31}B_{62}}{B_{51}B_{62} - B_{52}B_{61}}; \quad Z_{44} = \frac{B_{31}B_{52}}{B_{52}B_{61} - B_{51}B_{62}}. \end{aligned}$$

Здесь представлен лишь один из вариантов равенств для вычисления коэффициентов уравнений G-формы, H-формы, Y-формы и Z-формы. Существует множество других вариантов преобразования уравнений (2) с целью придания им структуры уравнений (3), (4), (5) или (6) и, соответственно, множество вариантов равенств для вычисления коэффициентов уравнений G-формы, H-формы, Y-формы и Z-формы, описывающих состояние шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами, через коэффициенты уравнений В-формы того же шестиполюсника.

При использовании приведенных уравнений следует иметь в виду, что условно положительные направления напряжений и токов должны быть приняты такими, как их принято использовать для уравнений В-формы.

### Заключение

Таким образом, установлена количественная связь между коэффициентами уравнений различных форм, описывающих состояние электроэнергетического объекта, замещенного пассивным шестиполюсником с двумя входными и четырьмя выходными выводами. Теперь исследователь может не ограничивать себя в выборе уравнений той или иной формы. Но, тем не менее, процессу исследования должно предшествовать экспериментальное определение коэффициентов уравнений хотя бы одной формы.

Выявление количественной связи между коэффициентами шестиполюсника с двумя входными и четырьмя выходными выводами представляет собой один из путей дальнейшего развития теории многополюсников, что позволит дать объективный анализ электротехнического оборудования. Разработанные здесь элементы теории шестиполюсников могут быть образцом для формирования подобных методик для пяти-, восьми-, десяти-, двенадцати-, четырнадцатиполюсников, которыми в условиях пониженного качества электрической энергии могут быть замещены, например, трехфазные линии электропередачи трехпроводного и четырехпроводного исполнений, трехпроводного исполнения с грозозащитным тросом, пятипроводного и шестипроводного (двухцепная ЛЭП) исполнений. Возможна разработка подобных элементов теории многополюсников и иных исполнений. Теория многополюсников, в частности теория шестиполюсников, может оказать существенную помощь в определении параметров электротехнических устройств.

### Список литературы

- Воронов Р.А. Общая теория четырехполюсников и многополюсников. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1951. 192 с.
- Зевеке Г.В. Многополюсники. М.: МЭИ, 1971. 23 с.
- Попов Н.М., Олин Д.М., Кирили А.А. Способ передачи сигналов по сельским распределительным сетям 0,38 кВ // Вестник КрасГАУ. 2017. №2. С. 88–97.
- Барабанов Е.А., Мальцева И.С., Барабанов И.О. Алгоритм параллельной обработки данных в оптических сетях // Научный вестник НГТУ. 2004. Т.56. №3 С. 88–95.
- Хансен Р.С. Фазированные антенные решетки. М.: Техносфера, 2012. 560 с.
- Скобелев С.П. Фазированные антенные решетки с секторными диаграммами направленности М.: Физматлит, 2016. 320 с.
- Фаняев И.А., Кудин В.П. Распределительная матрица для питания восьмимодульной антенной решетки // Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. 2012. №4. С. 52–57.
- Шаэрман А.А. Исследование зависимости неопределенности измерения комплексного коэффициента отражения оконечных устройств от параметров измерительного преобразователя // Вестник СибГУТИ. 2013. №3. С. 20–28.
- Салимоненко Д.А. Применение методов линейного программирования для определения параметров электрических цепей. Часть 1 // Вестник Башкирского ун-та. 2015. Т.20 №4. С. 1155–1163.
- Селиванов В.Н. Исследование программ расчета электромагнитных процессов АТР-ЕМТР в учебном процессе // Вестник МГТУ. 2009. Т.12. №1. С. 107–112.
- Куликов А.Л., Лукичева И.А. Определение места повреждения линии электропередачи по мгновенным значениям осцилограмм аварийных событий // Вестник ИГЭУ. 2016. Вып.5. С. 16–21.
- Китаев А.В., Абомассу В.Л., Глухова В.И. Схемы замещения электрических двигателей переменного тока // Электротехнические и компьютерные системы. 2013. №11(87). С. 59–65.
- Беляков Ю.С. Многополюсник как модель электрических систем. Часть 2. М.: НТФ Энергопрогресс, 2013. 92. с.
- Сарапулов, Ф.Н., Сарапулов С.Ф., Радионов И.Е. Моделирование тепловых режимов тягового линейного асинхронного двигателя // ЭППТ. 2015. С. 141–144.
- Беляков Ю.С. Расчет режимов электрических систем, представленных многополюсниками. М.: Спутник, 2008. 124 с.
- Федотов Ю.Б., Нестеров С.А., Мустафа Г.М. Повышение эффективности программ моделирования устройств силовой электроники // Аргон. Серия: естественные и технические науки. 2015. №6. С. 1–14.
- Тлустенюк С.Ф., Коптев А.Н. Разработка и исследование методологии информационного обеспечения технологических систем агрегатно-сборочного производства летательных аппаратов // Известия Самарского НЦ РАН. 2015. Т.17. №6(2). С. 491–497.
- Мусаева У.А. Автоматизированное проектирование СВЧ фазовращателя // Молодой ученый. 2013. №3. С. 83–88.

19. Львов А.А., Львов П.А. Применение комбинированного многополюсного рефлектометра для измерения расстояния до плоской поверхности // XII Всероссийское совещание по проблемам управления. ВСПУ. М., 2014. С. 7044–7055.
20. Методика проектирования и перспективная конструкция средств снижения шумов судовых трубопроводов / А.Н. Крюков, Е.В. Шахматов, В.Н. Самсонов, А.Н. Дружин // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2014. Т.7. №3. С. 67–79.
21. Levitskiy Zhorzh G., Imanov Zhenis Zh., Nurgaliyeva Assel D. Quasianalog transformation of Compound Ventilating Network // European Researcher. 2013. Vol. 40. №2–1. Р. 259–267.
22. Поллавский В.Б. Формула Крамера для систем линейных уравнений и неравенств над булевой алгеброй //
23. Известия Саратовского ун-та. Серия: Математика. Информатика. 2011. Вып.5. Ч.2. С. 43–46.
24. Акопджян Г.Д., Сафарян В.С. Синтез пассивного линейного многополюсника из одной пары зажимов // Известия НАН РА и ГИУА. Серия: Технические науки. 2002. Т.LV. №2. С. 258–262.
25. Попов С.А., Корчагин А.Ф. Оценивание параметров эквивалентной схемы многополюсников с помощью многооткликовых моделей // Вестник Новгородского гос. ун-та. 2004. №28. С. 150–155.
26. Бессонов А.В., Лузин С.Ю., Лячек Ю.Т. Определение окрестностей многополюсников // Известия СПбГЭТУ. 2015. №5. С. 20–23.
27. Большанин Г.А. Многополюсники. Братск: Изд-во БрГУ, 2017. 337 с.

Поступила 04.09.18  
Принята в печать 10.01.19

#### INFORMATION ABOUT THE PAPER IN ENGLISH

<https://doi.org/10.18503/1995-2732-2019-17-1-94-103>

## RELATIONSHIP BETWEEN THE COEFFICIENTS OF A SIX-TERMINAL NETWORK WITH TWO INPUT AND FOUR OUTPUT TERMINALS

**Georgiy A. Bolshanin** – PhD (Eng.), Professor  
Bratsk State University, Bratsk, Russia. E-mail: bolshanin@mail.ru

**Elena G. Skulina** – Undergraduate Student at the Faculty of Radio Engineering and Electronics  
Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russia. E-mail: dream.len@yandex.ru

**Abstract. Problem Statement (Relevance):** This paper describes one of the possible variants of the quantitative relationship between the coefficients of the B-form equations and the equations of other forms that evaluate the state of a passive six-terminal network with two input and four output terminals. Such six-terminal network can replace devices, elements or parts of electrical circuits or electric power systems. The coefficients of the B-form equations, as well as the coefficients of the A-form equations, can be determined experimentally. In principle, the coefficients of equations of other forms can also be determined experimentally. However, such experiments are usually difficult to set up and conduct. Thus, it seems to be more reasonable to determine these coefficients from the established quantitative relationship with the previously determined coefficients of the B-form. **Objectives:** To establish a quantitative relationship between the coefficients of the B-form equations describing the state of the six-terminal network with two input and four output terminals and the coefficients of the G-, H-, Y- and Z-form equations describing the state of the same six-terminal network. **Methods Applied:** Mathematical modelling and some elements of the theory of multi-terminal networks. **Originality:** The originality of this research lies in the proposed method of establishing a quantitative relationship between the coefficients of the A-form equations and the equations of other forms describing the state of the passive six-terminal network with two input and four output terminals. **Findings:** This paper examines one

of the possible variants of the quantitative relationship between the coefficients of the B-form equations and the coefficients of the G-, H-, Y- and Z-form equations describing the state of the passive six-terminal network with two input and four output terminals. Some mathematical statements are presented which can help establish such relationship. **Practical Relevance:** If one knows the values of the B-form equation coefficients, the proposed quantitative relationship between the coefficients of various forms of equations will help build equations of other forms and establish various types of dependencies between the input and output characteristics of an electric power unit, which can be replaced with a six-terminal network with two input and four output terminals. This technique can be used to establish a quantitative relationship between the coefficients of the G-, H-, Y- or Z-form equations and the coefficients of equations of other forms describing the state of different modifications of passive six-terminal networks.

**Keywords:** Equations, coefficients, stresses, currents, A-form, B-form, G-form, H-form, Y-form, Z-form.

#### References

1. Voronov R.A. *Obshchaya teoriya chetyrekhpolysnikov i mnogopolysnikov* [The general theory of four- and multi-terminal networks]. Moscow; Leningrad: Gosenergoizdat, 1951, 192 p. (In Russ.)
2. Zeveke G.V. *Mnogopolysniki* [Multipoles]. Moscow: MEI, 1971, 23 p. (In Russ.)

3. Popov N.M., Olin D.M., Kirilin A.A. Signal transmission over 0.38 kV rural distribution networks. *Vestnik KrasGAU* [Bulletin of KrasGAU], 2017, no. 2, pp. 88–97. (In Russ.)
4. Barabanov E.A., Maltseva I.S., Barabanov I.O. Algorithm of parallel data processing in optical networks. *Nauchny vestnik NGTU* [Science bulletin of NSTU], 2004, vol. 56, no. 3, pp. 88–95. (In Russ.)
5. Hansen R.C. *Fazirovannye antenne reshetki* [Phased array antennas]. Moscow: Tekhnosfera, 2012, 560 p. (In Russ.)
6. Skobelev S.P. *Fazirovannye antenne reshetki s sektormi diagrammami napravленности* [Phased array antennas with sector-shaped patterns]. Moscow: Fizmatlit, 2016, 320 p. (In Russ.)
7. Fanyaev I.A., Kudin V.P. Distribution power matrix for an eight-element antenna array. *Vestnik Gomelskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. P.O. Sukhogo* [Bulletin of Sukhoi State Technical University of Gomel], 2012, no. 4, pp. 52–57. (In Russ.)
8. Shauerman A.A. Understanding how the uncertainty of measuring the complex reflection coefficient of terminal devices depends on the parameters of the measuring transducer. *Vestnik SibGU* [Bulletin of SibSUTIS], 2013, no. 3, pp. 20–28. (In Russ.)
9. Salimonenko D.A. Application of linear programming methods for determining the parameters of electrical circuits Part 1. *Vestnik Bashkirskogo universiteta* [Bulletin of Bashkir University], 2015, vol. 20, no. 4, pp. 1155–1163.
10. Selivanov V.N. Exploring the programmes for calculating the ATR-EMTR electromagnetic processes in the educational process. *Vestnik MGTU* [Vestnik of MSTU], 2009, vol. 12, no. 1, pp. 107–112. (In Russ.)
11. Kulikov A.L., Lukicheva I.A. Location of faults in power transmission lines based on the instantaneous values of the alarm oscilloscopes. *Vestnik IGEU* [Vestnik of Ivanovo State Power Engineering University], 2016, Issue 5, pp. 16–21. (In Russ.)
12. Kitaev A.V., Agbomassi V.L., Glukhova V.I. Equivalent circuits for AC motors. *Elektrotehnicheskie i kompyuternye sistemy* [Electrical and computer systems], 2013, no. 11 (87), pp. 59–65. (In Russ.)
13. Belyakov Yu.S. *Mnogopolosnik kak model elektricheskikh sistem* [Multipole network as a model electrical system]. Part 2. Moscow: NTF Energoprogress, 2013, 92 p. (In Russ.)
14. Sarapulov F.N., Sarapulov S.F., Radionov I.E. Modelling of temperature regimes of a traction linear induction motor. *Elektroprivody peremennogo toka* [Alternating current drives], 2015, pp. 141–144. (In Russ.)
15. Belyakov Yu.S. *Raschet rezhimov elektricheskikh sistem, predstavlennykh mnogopolosnikami* [Calculation of the modes of electrical systems represented by multipoles]. Moscow: Sputnik, 2008, 124 p. (In Russ.)
16. Fedotov Yu.B., Nesterov S.A., Mustafa G.M. Optimized programs for modelling power electronics devices. *Apriori. Seriya: estestvennye i tekhnicheskie nauki* [Apriori. Series: Natural and technical sciences], 2015, no. 6, pp. 1–14. (In Russ.)
17. Tlustenko S.F., Koptev A.N. Developing and understanding the ways to ensure information support of aircraft assembly line systems. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN* [Izvestiya of Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences], 2015, vol. 17, no. 6 (2), pp. 491–497. (In Russ.)
18. Musaeva U.A. Computer-aided design of microwave phase shifter. *Molodoy uchenyy* [Young scientist], 2013, no. 3, pp. 83–88. (In Russ.)
19. Lvov A.A., Lvov P.A. Application of an integrated multipole reflectometer for measuring the distance to a flat surface. *XII Vserossiyskoe soveshchanie po problemam upravleniya* [12th National Conference on Control Problems], 2014. Moscow, 2014, pp. 7044–7055. (In Russ.)
20. Kryukov A.N., Shakhmatov E.V., Samsonov V.N., Druzhin A.N. Design methodology and advanced design of noise reduction means for ship pipelines. *Fundamental'naya i prikladnaya gidrofizika* [Fundamental and applied hydrophysics], 2014, vol. 7, no. 3, pp. 67–79. (In Russ.)
21. Levitskiy Zhorzh G., Imanov Zhenis Zh., Nurgaliyeva Assel D. Quasianalog transformation of the Compound Ventilating Network. *European Researcher*, 2013, vol. (40), no. 2–1, pp. 259–267.
22. Poplavskiy V.B. Cramer's formula for systems of linear equations and inequalities over Boolean algebra. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Seriya: Matematika. Informatika* [Bulletin of Saratov University. Series: Mathematics. Informatics], 2011, iss. 5, part 2, pp. 43–46. (In Russ.)
23. Akopyanjan G.D., Safaryan V.S. Synthesizing a passive linear multi-terminal network from one pair of terminals. *Izvestiya NAN RA i GIUA*. Seriya: *Tekhnicheskie nauki* [Bulletin of the National Academy of Sciences of the Republic of Armenia and the State Engineering University of Armenia. Series: Engineering], 2002, T.LV., no. 2, pp. 258–262. (In Russ.)
24. Popov S.A., Korchagin A.F. Evaluating the parameters of the equivalent circuit of multipoles with the help of multiresponse models. *Vestnik Novgorodskogo gosudarstvennogo universiteta* [Bulletin of Novgorod State University], 2004, no. 28, pp. 150–155. (In Russ.)
25. Bessonov A.V., Luzin S.Yu., Lyachev Yu.T. Definition of the multi-terminal network neighborhood. *Izvestiya SPbGETU* [Proceedings of Saint Petersburg Electrotechnical University], 2015, no. 5, pp. 20–23. (In Russ.)
26. Bolshinin G.A. *Mnogopolosniki* [Multipoles]. Bratsk: Publishing House of Bratsk State University, 2017, 337 p. (In Russ.)

Received 04/09/18  
Accepted 10/01/19

#### Образец для цитирования

Большанин Г.А., Скулина Е.Г. Связь коэффициентов шестиполосника с двумя входными и четырьмя выходными выводами // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова. 2019. Т.17. №1. С. 94–103. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2019-17-1-94-103>

#### For citation

Bolshinin G.A., Skulina E.G. Relationship between the coefficients of a six-terminal network with two input and four output terminals. *Vestnik Magnitogorskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. G.I. Nosova* [Vestnik of Nosov Magnitogorsk State Technical University]. 2019, vol. 17, no. 1, pp. 94–103. <https://doi.org/10.18503/1995-2732-2019-17-1-94-103>